

# **ESAME DI STATO ANNO SCOLASTICO 2019 / 2020**



**LICEO SCIENTIFICO  
Opzione Scienze Applicate**

**CLASSE 5 S**

**Allegati al documento del Consiglio di Classe**

# Sommario

<b>ELABORATI RELATIVI ALLE MATERIE DI INDIRIZZO .....</b>	<b>3</b>
ACCORSI ALEX .....	4
ALBERGHINI LUCA .....	5
ANGELINI LORENZO .....	6
BETTOLI PRISCILLA.....	7
BUSI RICCARDO.....	8
CAMPAGNI RICCARDO .....	9
CIANNIELLO NADIA .....	10
CONTE ARIANNA.....	11
CONTE MARTINA .....	12
EN NACIRI AYOUB .....	13
FONTANA MATTIA.....	14
GALLO MATTEO .....	15
GAUDINO DAVIDE .....	16
GIUNTA ROCCO .....	17
GORETTI FRANCESCO .....	18
GRECO NICOLO' .....	19
MANUZZI ALICE .....	20
MONESI JACOPO .....	21
MONTORSI GIACOMO .....	22
SARTI MARCO .....	23
SOFFRITTI MATTEO .....	24
TASSI LEO .....	25
TAYAA HICHAM .....	26
TONDELLI MARTINA .....	27
XU JUN JIE.....	28
ZHENG FABIO .....	29
ZIOSI ALEX .....	30

## ELABORATI RELATIVI ALLE MATERIE DI INDIRIZZO

Gli elaborati di II prova oggetto del colloquio d'esame consistono in problemi o gruppi di 4 quesiti estratti dalle prove ministeriali. Per differenziare le prove sono stati assegnati agli studenti quesiti diversi o problemi in parte modificati rispetto a quelli ufficiali.

Gli alunni hanno scelto se svolgere o il gruppo di quesiti o il problema. I docenti di Matematica e Fisica hanno poi assegnato la prova da svolgere ad ogni alunno. Nella seguente tabella è indicato il nome del file inviato entro il termine stabilito dall'OM che sarà successivamente allegato.

STUDENTE	PROBLEMA INTERDISCIPLINARE	QUESITI (2 MATEMATICA + 2 FISICA)
ACCORSI ALEX	Accorsi.pdf	
ALBERGHINI LUCA	Alberghini.pdf	
ANGELINI LORENZO		Angelini.pdf
BETTOLI PRISCILLA	Bettoli.pdf	
BUSI RICCARDO	Busi.pdf	
CAMPAGNI RICCARDO	Campagni.pdf	
CIANNIELLO NADIA		Cianniello.pdf
CONTE ARIANNA		Conte_A.pdf
CONTE MARTINA		Conte_M.pdf
EN NACIRI AYOUB		Ayoub.pdf
FONTANA MATTIA		Fontana.pdf
GALLO MATTEO	Gallo.pdf	
GAUDINO DAVIDE	Gaudino.pdf	
GIUNTA ROCCO	Giunta.pdf	
GORETTI FRANCESCO	Goretti.pdf	
GRECO NICOLO'	Greco.pdf	
MANUZZI ALICE	Manuzzi.pdf	
MONESI JACOPO		Monesi.pdf
MONTORSI GIACOMO	Montorsi.pdf	
SARTI MARCO	Sarti.pdf	
SOFFRITTI MATTEO	Soffritti.pdf	
TASSI LEO	Tassi.pdf	
TAYAA HICHAM		Tayaa.pdf
TONDELLI MARTINA		Tondelli.pdf
XU JUN JIE	Xu.pdf	
ZHENG FABIO		Zheng.pdf
ZIOSI ALEX		Ziosi.pdf

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risolve il seguente problema.*

Si consideri:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$$

e la parabola che ha gli stessi zeri della precedente funzione e vertice nel punto  $V\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ .

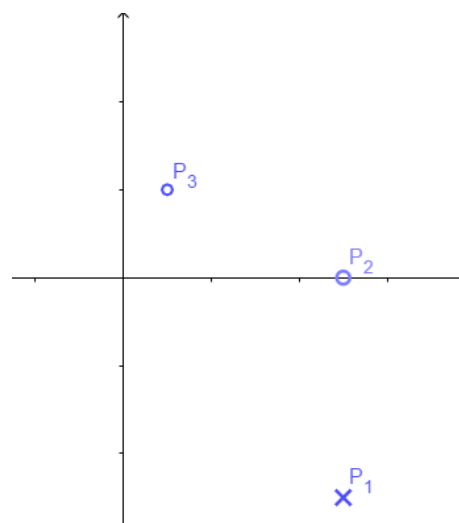
Dopo aver studiato la funzione  $f(x)$  trascurando lo studio della derivata seconda, si rappresentino graficamente le due funzioni nello stesso sistema di riferimento  $OXY$  e si determini l'area della regione piana  $S$  delimitata dai grafici.

Si supponga che nel riferimento  $Oxy$  le lunghezze siano espresse in metri (m). Si considerino tre fili conduttori rettilinei disposti perpendicolarmente al piano  $Oxy$  e passanti rispettivamente per i punti:

$$P_1\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right), P_2\left(\frac{1}{2}; 0\right), P_3\left(\frac{1}{10}; \frac{1}{5}\right)$$

I tre fili sono percorsi da correnti continue di intensità  $i_1 = 2,0$  A,  $i_2$  e  $i_3$ . Il verso di  $i_1$  è indicato in figura mentre gli altri due versi non sono indicati. Stabilire come varia la circuitazione del campo magnetico, generato dalle correnti  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ , lungo il contorno di  $S$ , a seconda dell'intensità e del verso di  $i_2$  e  $i_3$ .

Si supponga, in assenza dei tre fili, che il contorno della regione  $S$  rappresenti il profilo di una spira conduttrice di resistenza  $R = 0,20 \Omega$ . La spira è posta all'interno di un campo magnetico uniforme di intensità  $B = 1,5 \cdot 10^{-2}$  T perpendicolare alla regione  $S$ . Facendo ruotare la spira intorno all'asse  $x$  con velocità angolare  $\omega$  costante, in essa si genera una corrente indotta la cui intensità massima è pari a 5,0 mA. Determinare il valore di  $\omega$ .



**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE  
Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risolve il seguente problema.*

Al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , si consideri la famiglia di funzioni:

$$f_a(x) = \begin{cases} (1 + x^2 e^{a-x}) & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{8a}{(x-2)^4} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

Discutere segno e continuità della funzione  $f_a$  al variare del parametro  $a$ .

Indicata con  $f$  la funzione ottenuta per  $a = 2$ , stabilire se  $f$  è derivabile in  $x = 0$ . Studiare l'andamento della funzione  $f$  specificandone gli asintoti, i punti di flesso e l'ampiezza in gradi dell'angolo formato dalle tangenti sinistra e destra nel punto di non derivabilità.

Con un acceleratore di particelle si prepara un fascio di protoni aventi energia cinetica pari a 42 MeV. Per indirizzare tale fascio verso un bersaglio desiderato, si utilizza un campo magnetico uniforme, ortogonale alla traiettoria dei protoni, di intensità 0,24 T. Trascurando gli effetti relativistici, descrivere il moto di ciascun protone all'interno del campo e calcolare il raggio di curvatura della traiettoria.

Il fascio di protoni, all'uscita della zona in cui è presente  $\vec{B}$ , viene fatto penetrare in acqua. Si indichi con  $\mathcal{E}(x)$  l'energia del protone, espressa in megaelettronvolt (MeV), dopo  $x$  centimetri (cm) di cammino in acqua e sia  $d\mathcal{E}$  l'energia ceduta all'acqua dal protone nel tratto  $dx$ . Supponendo che la funzione:

$$y = -\frac{d\mathcal{E}}{dx}$$

possa essere approssimata con la funzione  $y = f(x)$  per  $x \geq 0$ , calcolare l'energia  $\mathcal{E}$  assorbita dall'acqua nei primi 3 centimetri di cammino del protone.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Una data funzione è esprimibile nella forma  $f(x) = \frac{p(x)}{x^2+d}$ , dove  $d \in \mathbb{R}$  e  $p(x)$  è un polinomio. Il grafico di  $f$  interseca l'asse  $x$  nei punti di ascisse 0 e  $12/5$  ed ha come asintoti le rette di equazione  $x = 3$ ,  $x = -3$  e  $y = 5$ . Determinare i punti di massimo e minimo relativi della funzione  $f$ .

2. È assegnata la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  così definita:

$$f(x) = \int_1^x e^{t^2} dt$$

Studiare il segno della funzione  $f$  e provare che essa è crescente. Determinare il valore di:

$$\int_0^1 \frac{f''(x)}{f'(x)} dx$$

3. Un punto materiale si muove su una certa traiettoria nel verso positivo con velocità

$$v(t) = 3t^2 + 4t$$

Determinare

- Se il moto è rettilineo e uniforme
  - Determinare l'equazione dello spazio  $x(t)$
  - Calcolare la velocità e l'accelerazione dopo 3 secondi
  - Calcolare la velocità media nell'intervallo  $[0,5]$  secondi
4. Nel 2200 il più moderno razzo vettore interplanetario costruito dall'uomo può raggiungere il 75,0 % della velocità della luce nel vuoto. Farai parte dell'equipaggio della missione che deve raggiungere un pianeta che orbita intorno alla stella Sirio, che dista 8,61 anni-luce, effettuare ricerche lì per 2,00 anni e poi rientrare sulla Terra. Devi contribuire alla programmazione di tutti i dettagli della missione, come ad esempio le scorte di cibo e acqua; prendendo come istante di riferimento  $t=0$  il momento della partenza dalla Terra, considerando che viaggerai sempre alla massima velocità possibile e trascurando tutti gli effetti dovuti alla accelerazione del moto nella fase di partenza e di arrivo, fatte tutte le ipotesi aggiuntive che ritieni necessarie, devi valutare:
- quanto tempo durerà la missione per un osservatore sulla terra;
  - quanto tempo durerà il viaggio di andata e quello di ritorno secondo i componenti dell'equipaggio;
  - quanto tempo durerà complessivamente la missione secondo i componenti dell'equipaggio.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risolva il seguente problema.*

Si considerino le seguenti funzioni:

$$f(x) = -\sqrt{x - x^2} \quad g(x) = e^x(x - x^2)$$

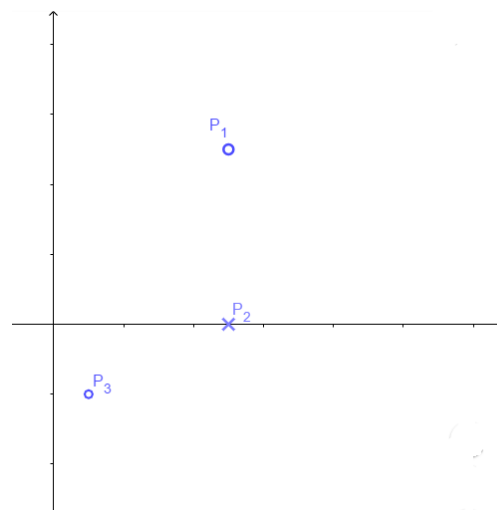
- Studiare le due funzioni e rappresentarle graficamente nello stesso sistema di riferimento  $Oxy$ .
- Determinare l'angolo formato dalle rispettive tangenti nell'origine. Determinare inoltre l'area della regione piana  $S$  delimitata dai grafici delle funzioni  $f$  e  $g$ .

- Si supponga che nel riferimento  $Oxy$  le lunghezze siano espresse in metri (m). Si considerino tre fili conduttori rettilinei disposti perpendicolarmente al piano  $Oxy$  e passanti rispettivamente per i punti:

$$P_1 \left( \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right), P_2 \left( \frac{1}{2}; 0 \right), P_3 \left( \frac{1}{10}; -\frac{1}{5} \right)$$

I tre fili sono percorsi da correnti continue di intensità  $i_1 = 2,0$  A,  $i_2$  e  $i_3$ . Il verso di  $i_2$  è indicato in figura mentre gli altri due versi non sono indicati.

Stabilire come varia la circuitazione del campo magnetico, generato dalle correnti  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ , lungo il contorno di  $S$ , a seconda dell'intensità e del verso di  $i_2$  e  $i_3$ .



- Si supponga, in assenza dei tre fili, che il contorno della regione  $S$  rappresenti il profilo di una spira conduttrice di resistenza  $R = 0,20 \, \Omega$ . La spira è posta all'interno di un campo magnetico uniforme di intensità  $B = 1,5 \cdot 10^{-2}$  T perpendicolare alla regione  $S$ . Facendo ruotare la spira intorno all'asse  $x$  con velocità angolare  $\omega$  costante, in essa si genera una corrente indotta la cui intensità massima è pari a 5,0 mA. Determinare il valore di  $\omega$ .

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020***Il candidato risolve il seguente problema.*

Si consideri:

$$f(x) = e^x(x^2 - 2x)$$

e la semicirconferenza con centro  $C(1; 0)$  e raggio  $r = 1$  che giace nel primo quadrante, di cui si richiede l'equazione. Dopo aver studiato la funzione  $f(x)$  si rappresentino graficamente le due curve nello stesso sistema di riferimento  $Oxy$  e si determinino le rispettive tangenti nel punto  $x = 2$  e l'area della regione piana  $S$  delimitata dai grafici.

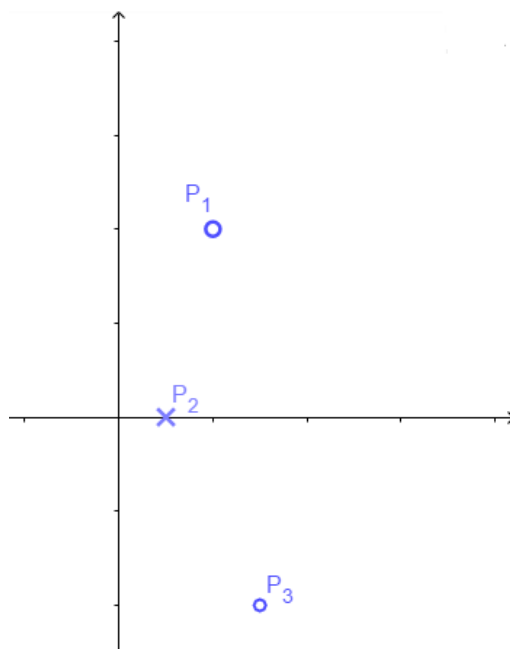
Si supponga che nel riferimento  $Oxy$  le lunghezze siano espresse in metri (m). Si considerino tre fili conduttori rettilinei disposti perpendicolarmente al piano  $Oxy$  e passanti rispettivamente per i punti:

$$P_1(1; 2), P_2\left(\frac{1}{2}; 0\right), P_3\left(\frac{3}{2}; -2\right)$$

I tre fili sono percorsi da correnti continue di intensità  $i_1 = 2,0$  A,  $i_2$  e  $i_3$ . Il verso di  $i_2$  è indicato in figura mentre gli altri due versi non sono indicati.

Stabilire come varia la circuitazione del campo magnetico, generato dalle correnti  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ , lungo il contorno di  $S$ , a seconda dell'intensità e del verso di  $i_2$  e  $i_3$ .

Si supponga, in assenza dei tre fili, che il contorno della regione  $S$  rappresenti il profilo di una spira conduttrice di resistenza  $R = 0,20$   $\Omega$ . La spira è posta all'interno di un campo magnetico uniforme di intensità  $B = 1,5 \cdot 10^{-2}$  T perpendicolare alla regione  $S$ . Facendo ruotare la spira intorno all'asse  $x$  con velocità angolare  $\omega$  costante, in essa si genera una corrente indotta la cui intensità massima è pari a 5,0 mA. Determinare il valore di  $\omega$ .





**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

***Il candidato risolva il seguente problema.***

Si consideri:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$$

Dopo aver studiato la funzione  $f(x)$  la si rappresenti graficamente in un sistema di riferimento  $OXY$  e si determini l'area della regione piana  $S$  delimitata dal grafico e dall'asse  $x$ .

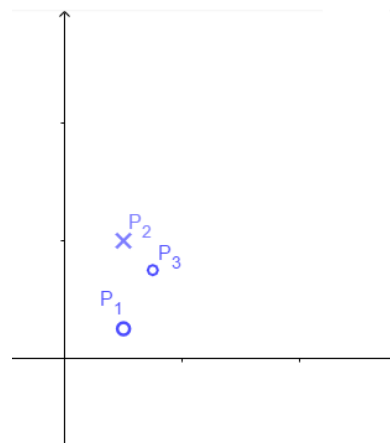
Si supponga che nel riferimento  $Oxy$  le lunghezze siano espresse in metri (m). Si considerino tre fili conduttori rettilinei disposti perpendicolarmente al piano  $Oxy$  e passanti rispettivamente per i punti:

$$P_1 \left(1; \frac{1}{2}\right), P_2 (1; 2), P_3 \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

I tre fili sono percorsi da correnti continue di intensità  $i_1 = 2,0$  A,  $i_2$  e  $i_3$ . Il verso di  $i_2$  è indicato in figura mentre gli altri due versi non sono indicati.

Stabilire come varia la circuitazione del campo magnetico, generato dalle correnti  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ , lungo il contorno della regione situata nel primo quadrante, a seconda dell'intensità e del verso di  $i_2$  e  $i_3$ .

Si supponga, in assenza dei tre fili, che il contorno della parte della regione  $S$  situata nel primo quadrante rappresenti il profilo di una spira conduttrice di resistenza  $R = 0,20 \, \Omega$ . La spira è posta all'interno di un campo magnetico uniforme di intensità  $B = 1,5 \cdot 10^{-2}$  T perpendicolare alla regione  $S$ . Facendo ruotare la spira intorno all'asse  $x$  con velocità angolare  $\omega$  costante, in essa si genera una corrente indotta la cui intensità massima è pari a 5,0 mA. Determinare il valore di  $\omega$ .



**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Fissati i numeri reali positivi  $a$  e  $b$ , con  $a \geq b$ , provare che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_x(x^a + x^b) = a$

2. Data  $f(x) = x \sin x$  e fissato  $k > 0$ , provare che non dipende dalla scelta di  $k$  il valore di

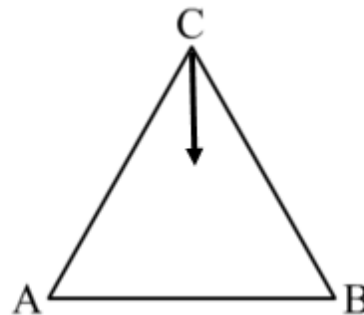
$$\int_0^{x_0} k \cdot f(kx) dx$$

dove  $x_0$  indica il minimo numero reale positivo per cui  $f(kx_0) = 0$ .

3. Tre cariche puntiformi di valore  $q$  sono poste ai vertici del triangolo equilatero  $ABC$ , i cui lati misurano 1m.

a) Determina l'energia potenziale del sistema.

b) La carica collocata in  $C$  viene spostata verso il segmento  $AB$  lungo la perpendicolare ad  $AB$ ; traccia il grafico dell'andamento dell'energia potenziale del sistema in funzione della distanza della carica dal segmento  $AB$ .



4. Un atomo di idrogeno si trova in uno stato eccitato dopo aver assorbito un fotone ultravioletto di lunghezza d'onda  $\lambda = 97,2 \text{ nm}$ .

Questo atomo può riportarsi allo stato fondamentale seguendo diverse transizioni a ognuna delle quali corrisponde la emissione di luce di una particolare lunghezza d'onda.

Quante sono le transizioni possibili che provocano emissione di fotoni con lunghezza d'onda diversa da quella del fotone assorbito?

Quali tra queste transizioni provocano emissione nel visibile?

(costante di Rydberg:  $R = 1,0974 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ )

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

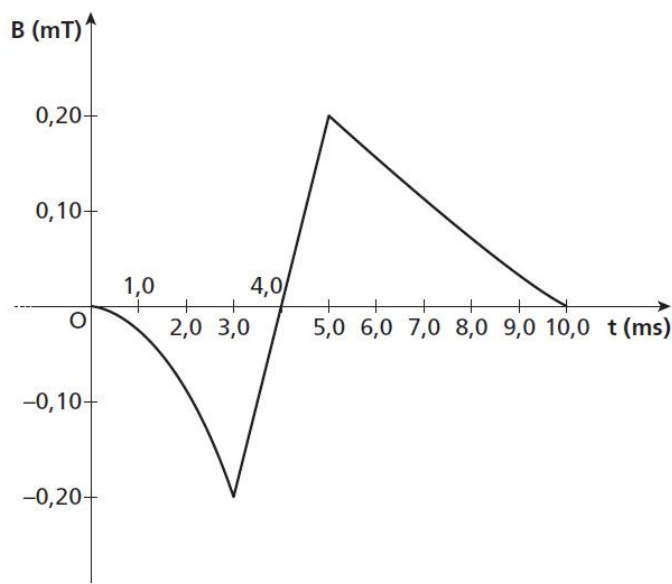
*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Tra tutti parallelepipedi rettangoli a base quadrata, con superficie totale di area  $S$ , determinare quello per cui la somma delle lunghezze degli spigoli è minima.
2. Determinare il valore del limite:  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}}$ .
3. Si vuole ottenere l'emissione di elettroni da lastre metalliche di materiali diversi su cui incide una radiazione di frequenza  $7,80 \cdot 10^{14}$  Hz. Determinare, motivando la risposta, quale tra i materiali in elenco è l'unico adatto allo scopo.

Materiale	Lavoro di estrazione
Argento	4,8 eV
Cesio	1,8 eV
Platino	5,3 eV

Individuato il materiale da utilizzare, determinare la velocità massima che può avere un elettrone al momento dell'emissione.

4. Una spira di rame, di resistenza  $R = 4 \text{ m}\Omega$ , racchiude un'area di  $30 \text{ cm}^2$  ed è immersa in un campo magnetico uniforme, le cui linee di forza sono perpendicolari alla superficie della spira. La componente del campo magnetico perpendicolare alla superficie varia nel tempo come indicato in figura.



Spiegare la relazione esistente tra la variazione del campo che induce la corrente e il verso della corrente indotta. Calcolare la corrente media che passa nella spira durante i seguenti intervalli di tempo:

- (a) da 0 ms a 3 ms;
- (b) da 3 ms a 5 ms;
- (c) da 5 ms a 10 ms.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

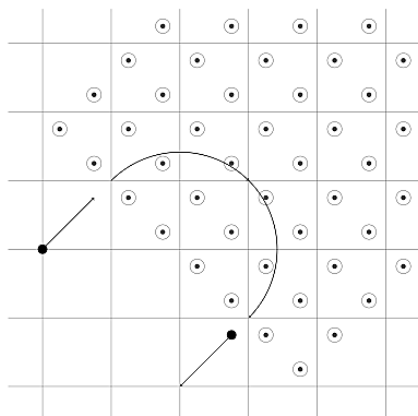
Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Determinare, giustificando la risposta, tutti possibili valori di  $a, b, c$  in modo tale che si abbia:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^b + 8x^4 + cx^3 + 7}{13x^2 + 3x^3 - 5} = 3$$

2. Dopo aver verificato che la curva di equazione  $|y| + |x|^3 = 1$  è simmetrica sia rispetto all'asse  $x$  sia rispetto all'asse  $y$ , determinare l'area della regione piana delimitata da tale curva.
3. Un protone, inizialmente in quiete, viene accelerato da una d.d.p. di 500 V ed entra, successivamente, in una regione che è sede di un campo magnetico uniforme e perpendicolare alla sua velocità.  
La figura illustra un tratto semicircolare della traiettoria descritta dal protone (i quadretti hanno lato 1,00 m).  
Determinare l'intensità di  $B^{\rightarrow}$ .



4. Consideriamo un'astronave in moto che viaggia rispetto alla terra a velocità  $v = 0,90 c$ . Supponiamo che a bordo dell'astronave sia presente una scatola di dimensioni  $a = 40$  cm,  $b = 50$  cm e  $h = 20$  cm, con il lato  $b$  disposto parallelamente alla direzione del moto dell'astronave. Per un osservatore posto sulla terra, che volume avrà la scatola? Se l'astronauta lancia la scatola con una velocità  $vs = 0,50 c$  nella direzione del moto dell'astronave, quale velocità misura l'osservatore sulla terra?

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

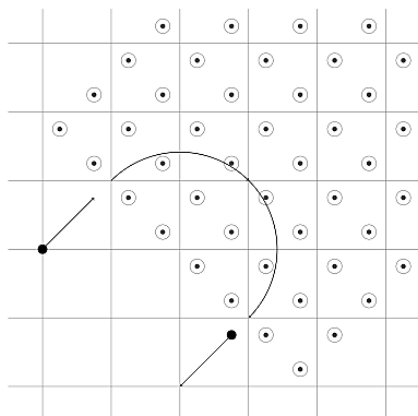
Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Determinare le ascisse dei punti di massimo e di minimo locali della funzione:

$$f(x) = \int_4^x (3^{5t-2t^2} - 1) dt$$

2. Assegnata la funzione  $f(x) = x^2 + 3x - \frac{3}{x}$ , mostrare che esiste un solo valore  $b > -3$  tale che nell'intervallo  $[-3, b]$  siano rispettate tutte e ipotesi del teorema di Rolle. Determinare tale valore di  $b$ .
3. Un protone, inizialmente in quiete, viene accelerato da una d.d.p. di 400 V ed entra, successivamente, in una regione che è sede di un campo magnetico uniforme e perpendicolare alla sua velocità.  
La figura illustra un tratto semicircolare della traiettoria descritta dal protone (i quadretti hanno lato 1,00 m).  
Determinare l'intensità di  $B^{\rightarrow}$ .



4. Consideriamo un'astronave in moto che viaggia rispetto alla terra a velocità  $v = 0,90 c$ . Supponiamo che a bordo dell'astronave sia presente una scatola di dimensioni  $a = 40$  cm,  $b = 50$  cm e  $h = 20$  cm, con il lato  $b$  disposto parallelamente alla direzione del moto dell'astronave. Per un osservatore posto sulla terra, che volume avrà la scatola? Se l'astronauta lancia la scatola con una velocità  $vs = 0,50 c$  nella direzione del moto dell'astronave, quale velocità misura l'osservatore sulla terra?

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

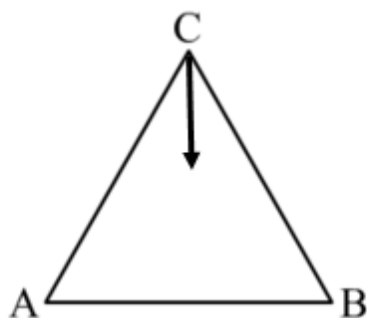
*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Determinare i valori di  $a$  e  $b$  in modo che la funzione  $g: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} 3 - a x^2 & \text{per } x \leq 1 \\ \frac{b}{x-3} & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

sia derivabile in tutto il suo dominio. Tracciare i grafici delle funzioni  $g$  e  $g'$ .

2. Sia  $\mathcal{R}$  la regione piana compresa tra l'asse  $x$  e la curva di equazione  $y = 2e^{1-|x|}$ . Provare che, tra i rettangoli inscritti in  $\mathcal{R}$  e aventi un lato sull'asse  $x$ , quello di area massima ha perimetro minimo ed è un quadrato.
3. Tre cariche puntiformi di valore  $q$  sono poste ai vertici del triangolo equilatero  $ABC$ , i cui lati misurano 1m.



- a) Determina l'energia potenziale del sistema.
- b) La carica collocata in C viene spostata verso il segmento  $AB$  lungo la perpendicolare ad  $AB$ ; traccia il grafico dell'andamento dell'energia potenziale del sistema in funzione della distanza della carica dal segmento  $AB$ .
4. La posizione di una particella varia con il tempo secondo l'equazione:
- $$x = \alpha t(1 - \beta t)$$
- dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono due costanti, con  $\beta > 0$ .  
Determina:
- a) la velocità e l'accelerazione della particella in funzione del tempo;
- b) l'intervallo di tempo necessario alla particella, che parte dall'origine, per ritornare nell'origine e lo spazio percorso in questo intervallo di tempo.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

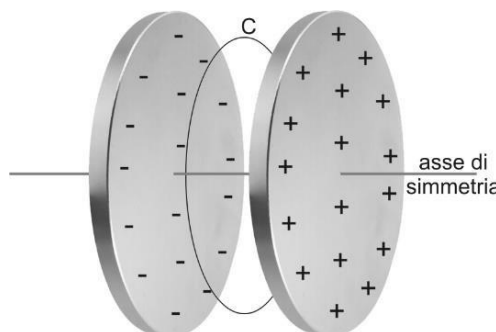
*Il candidato risolve il seguente problema.*

Un condensatore piano è formato da due armature circolari di raggio  $R$ , poste a distanza  $d$ , dove  $R$  e  $d$  sono espresse in metri (m). Viene applicata alle armature una differenza di potenziale variabile nel tempo e inizialmente nulla.

All'interno del condensatore si rileva la presenza di un campo magnetico  $\vec{B}$ . Trascurando gli effetti di bordo, a distanza  $r$  dall'asse di simmetria del condensatore, l'intensità di  $\vec{B}$ , espressa in tesla (T), varia secondo la legge:

$$|\vec{B}| = \frac{kt}{\sqrt{(t^2 + a^2)^3}} r \text{ con } r \leq R$$

dove  $a$  e  $k$  sono costanti positive e  $t$  è il tempo trascorso dall'istante iniziale, espresso in secondi (s).



- Dopo aver determinato le unità di misura di  $a$  e  $k$ , spiegare perché nel condensatore è presente un campo magnetico anche in assenza di magneti e correnti di conduzione. Qual è la relazione tra le direzioni di  $\vec{B}$  e del campo elettrico  $\vec{E}$  nei punti interni al condensatore?
- Si consideri, tra le armature, un piano perpendicolare all'asse di simmetria. Su tale piano, sia  $C$  la circonferenza avente centro sull'asse e raggio  $r$ . Determinare la circuitazione di  $\vec{B}$  lungo  $C$  e da essa ricavare che il flusso di  $\vec{E}$ , attraverso la superficie circolare delimitata da  $C$ , è dato da

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{2k\pi r^2}{\mu_0 \epsilon_0} \left( \frac{-1}{\sqrt{t^2 + a^2}} + \frac{1}{a} \right)$$

Calcolare la d.d.p. tra le armature del condensatore.

A quale valore tende  $|\vec{B}|$  al trascorrere del tempo? Giustificare la risposta dal punto di vista fisico.

- Per  $a = 1$ , si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(t) = -\frac{t}{\sqrt{(t^2 + a^2)^3}}$ . Studiare la funzione  $f(t)$ , individuandone eventuali simmetrie, asintoti, estremi, flessi e determinare la retta tangente al grafico della funzione nell'origine. Determinare la funzione  $F$ , primitiva di  $f$ , il cui grafico passa per l'origine.
- Calcolare l'area della regione compresa tra il grafico di  $f$ , l'asse delle ascisse e le rette parallele all'asse delle ordinate passanti per gli estremi della funzione. Calcolare il valore di:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt$$

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

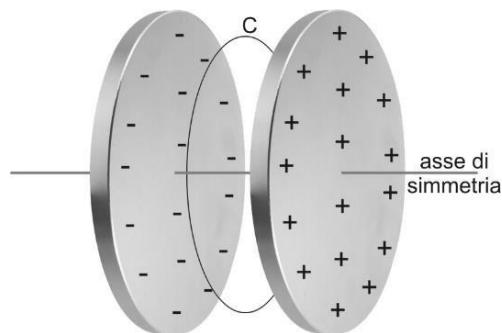
Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020***Il candidato risolve il seguente problema.*

Un condensatore piano è formato da due armature circolari di raggio  $R$ , poste a distanza  $d$ , dove  $R$  e  $d$  sono espresse in metri (m). Viene applicata alle armature una differenza di potenziale variabile nel tempo e inizialmente nulla.

All'interno del condensatore si rileva la presenza di un campo magnetico  $\vec{B}$ . Trascurando gli effetti di bordo, a distanza  $r$  dall'asse di simmetria del condensatore, l'intensità di  $\vec{B}$ , espressa in tesla (T), varia secondo la legge:

$$|\vec{B}| = \frac{kt}{\sqrt{(t^2 + a^2)^3}} r \text{ con } r \leq R$$

dove  $a$  e  $k$  sono costanti positive e  $t$  è il tempo trascorso dall'istante iniziale, espresso in secondi (s).



- Dopo aver determinato le unità di misura di  $a$  e  $k$ , spiegare perché nel condensatore è presente un campo magnetico anche in assenza di magneti e correnti di conduzione. Qual è la relazione tra le direzioni di  $\vec{B}$  e del campo elettrico  $\vec{E}$  nei punti interni al condensatore?
- Si consideri, tra le armature, un piano perpendicolare all'asse di simmetria. Su tale piano, sia  $C$  la circonferenza avente centro sull'asse e raggio  $r$ . Determinare la circuitazione di  $\vec{B}$  lungo  $C$  e da essa ricavare che il flusso di  $\vec{E}$ , attraverso la superficie circolare delimitata da  $C$ , è dato da

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{2k\pi r^2}{\mu_0 \epsilon_0} \left( \frac{-1}{\sqrt{t^2 + a^2}} + \frac{1}{a} \right)$$

Calcolare la d.d.p. tra le armature del condensatore.

A quale valore tende  $|\vec{B}|$  al trascorrere del tempo? Giustificare la risposta dal punto di vista fisico.

- Per  $a=1$ , si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(t) = -\frac{t}{\sqrt{(t^2 + a^2)^3}}$ . Determinare la funzione  $F$ , primitiva di  $f$  il cui grafico passa per l'origine. Studiare la funzione  $F$ , individuandone eventuali simmetrie, asintoti, estremi, flessi e determinare le pendenze delle rette tangenti al grafico di  $F$  nei punti di flesso.
- Calcolare il volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse  $y$  della regione di piano compresa tra l'asse  $x$ , il grafico della funzione e la retta  $x = x_F$ , dove  $x_F$  è il punto di flesso.



**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

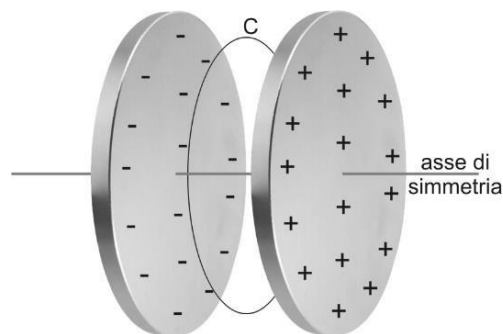
Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020***Il candidato risolve il seguente problema.*

Un condensatore piano è formato da due armature circolari di raggio  $R$ , poste a distanza  $d$ , dove  $R$  e  $d$  sono espresse in metri (m). Viene applicata alle armature una differenza di potenziale variabile nel tempo e inizialmente nulla.

All'interno del condensatore si rileva la presenza di un campo magnetico  $\vec{B}$ . Trascurando gli effetti di bordo, a distanza  $r$  dall'asse di simmetria del condensatore, l'intensità di  $\vec{B}$ , espressa in tesla (T), varia secondo la legge:

$$|\vec{B}| = \frac{kt}{\sqrt{(t^2 + a^2)^3}} r \text{ con } r \leq R$$

dove  $a$  e  $k$  sono costanti positive e  $t$  è il tempo trascorso dall'istante iniziale, espresso in secondi (s).



- Dopo aver determinato le unità di misura di  $a$  e  $k$ , spiegare perché nel condensatore è presente un campo magnetico anche in assenza di magneti e correnti di conduzione. Qual è la relazione tra le direzioni di  $\vec{B}$  e del campo elettrico  $\vec{E}$  nei punti interni al condensatore?
- Si consideri, tra le armature, un piano perpendicolare all'asse di simmetria. Su tale piano, sia  $C$  la circonferenza avente centro sull'asse e raggio  $r$ . Determinare la circuitazione di  $\vec{B}$  lungo  $C$  e da essa ricavare che il flusso di  $\vec{E}$ , attraverso la superficie circolare delimitata da  $C$ , è dato da

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{2k\pi r^2}{\mu_0 \epsilon_0} \left( \frac{-1}{\sqrt{t^2 + a^2}} + \frac{1}{a} \right)$$

Calcolare la d.d.p. tra le armature del condensatore.

A quale valore tende  $|\vec{B}|$  al trascorrere del tempo? Giustificare la risposta dal punto di vista fisico.

- Per  $a = \frac{1}{2}$  si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{(x^2 + a^2)^3}}$ . Studiare la funzione  $f$ , individuandone eventuali simmetrie, asintoti, estremi, flessi e rappresentarla graficamente. Determinare la pendenza della retta tangente al grafico di  $F$  nell'origine.
- Calcolare il valore medio della funzione nell'intervallo  $[0, 2]$ .

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

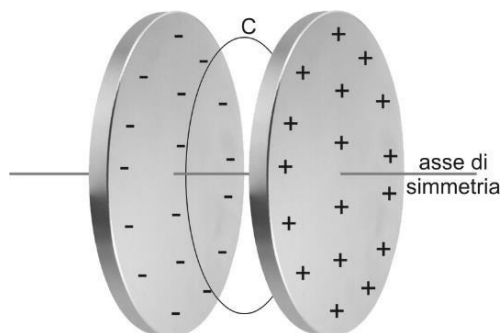
*Il candidato risolve il seguente problema.*

Un condensatore piano è formato da due armature circolari di raggio  $R$ , poste a distanza  $d$ , dove  $R$  e  $d$  sono espresse in metri (m). Viene applicata alle armature una differenza di potenziale variabile nel tempo e inizialmente nulla.

All'interno del condensatore si rileva la presenza di un campo magnetico  $\vec{B}$ . Trascurando gli effetti di bordo, a distanza  $r$  dall'asse di simmetria del condensatore, l'intensità di  $\vec{B}$ , espressa in tesla (T), varia secondo la legge:

$$|\vec{B}| = \frac{kt}{\sqrt{(t^2 + a^2)^3}} r \text{ con } r \leq R$$

dove  $a$  e  $k$  sono costanti positive e  $t$  è il tempo trascorso dall'istante iniziale, espresso in secondi (s).



- Dopo aver determinato le unità di misura di  $a$  e  $k$ , spiegare perché nel condensatore è presente un campo magnetico anche in assenza di magneti e correnti di conduzione. Qual è la relazione tra le direzioni di  $\vec{B}$  e del campo elettrico  $\vec{E}$  nei punti interni al condensatore?
- Si consideri, tra le armature, un piano perpendicolare all'asse di simmetria. Su tale piano, sia  $C$  la circonferenza avente centro sull'asse e raggio  $r$ . Determinare la circuitazione di  $\vec{B}$  lungo  $C$  e da essa ricavare che il flusso di  $\vec{E}$ , attraverso la superficie circolare delimitata da  $C$ , è dato da

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{2k\pi r^2}{\mu_0 \epsilon_0} \left( \frac{-1}{\sqrt{t^2 + a^2}} + \frac{1}{a} \right)$$

Calcolare la d.d.p. tra le armature del condensatore.

A quale valore tende  $|\vec{B}|$  al trascorrere del tempo? Giustificare la risposta dal punto di vista fisico.

- Per  $a = 1$ , si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(t) = -\frac{t}{\sqrt{(t^2 + 1)^3}}$ . Determinare la funzione  $F$  primitiva di  $f$  il cui grafico passa per  $P(0, 1)$ . Studiare la funzione  $F$ , individuandone eventuali simmetrie, asintoti, estremi. Provare che  $F$  presenta due flessi nei punti di ascisse  $t = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- Con le opportune motivazioni, dedurre il grafico di  $f$  da quello di  $F$ , specificando in particolare, cosa rappresentano le ascisse dei punti di flesso di  $F$  per la funzione  $f$ .

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

***Il candidato risolva il seguente problema.***

Assegnate due costanti reali  $a$  e  $b$  (con  $a > 0$ ), si consideri la funzione  $q(t)$  così definita:

$$q(t) = (at^2 + bt) \cdot e^{-t}$$

1. Determinare i valori di  $a$  e  $b$  in corrispondenza dei quali il grafico della funzione  $q(t)$ , in un piano cartesiano di coordinate  $(t, y)$ , ha un flesso nel punto  $F\left(3, \frac{24}{e^3}\right)$ . Studiare la funzione utilizzando i parametri ottenuti e rappresentarla graficamente.  
Determinare il grafico della funzione  $y = q(|t|)$
2. Supponendo che la funzione  $q(t)$  rappresenti, per  $t \geq 0$ , la carica elettrica (misurata in C) che attraversa all'istante di tempo  $t$  (misurato in s) la sezione di un certo conduttore, determinare le dimensioni fisiche della costante  $b$  sopra indicate. Sempre utilizzando gli stessi parametri  $a$  e  $b$  prima determinati, determinare l'espressione analitica dell'intensità di corrente  $i(t)$  che fluisce nel conduttore all'istante  $t$ ; determinare il valore massimo ed il valore minimo di tale corrente e rappresentarla graficamente.
3. Determinare il valore medio della corrente nei primi 5 secondi.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

***Il candidato risolva il seguente problema.***

Assegnate due costanti reali  $a$  e  $b$  (con  $a > 0$ ), si consideri la funzione  $q(t)$  così definita:

$$q(t) = at \cdot e^{-bt}$$

1. A seconda dei possibili valori di  $a$  e  $b$ , discutere se nel grafico della funzione  $q$  è presente un punto di massimo o di minimo. Determinare i valori di  $a$  e  $b$  in corrispondenza dei quali il grafico della funzione  $q(t)$ , in un piano cartesiano di coordinate  $(t, y)$ , ha un massimo nel punto  $B\left(1, \frac{1}{e}\right)$ .
2. Studiare la funzione sostituendo i valori di  $a$  e  $b$  ottenuti, verificando, in particolare, che si ha un flesso nel punto  $F\left(2, \frac{2}{e^2}\right)$ . Determinare l'equazione della tangente inflessionale.
3. Supponendo che la funzione  $q(t)$  rappresenti, per  $t \geq 0$ , la carica elettrica (misurata in C) che attraversa all'istante di tempo  $t$  (misurato in s) la sezione di un certo conduttore, determinare le dimensioni fisiche delle costanti  $a$  e  $b$  sopra indicate. Utilizzando le stesse costanti sopra determinate, esprimere analiticamente l'intensità di corrente  $i(t)$  che fluisce nel conduttore all'istante  $t$ ; e descriverne l'andamento deducendolo dal grafico di  $q(t)$ .
4. Supponendo che la resistenza del conduttore sia  $R = 3\Omega$ , determinare l'energia dissipata dopo 4 secondi.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Scrivere, giustificando la scelta effettuata, una funzione razionale  $y = \frac{s(x)}{t(x)}$ , dove  $s(x)$  e  $t(x)$  sono polinomi, tale che il grafico della funzione:
- incontri l'asse  $x$  nei punti di ascissa  $-1$  e  $2$  e sia ad esso tangente in quest'ultimo punto;
  - abbia asintoti verticali di equazioni  $x = -3$  e  $x = 1$ ;
  - passi per il punto  $P(7, 10)$ .
- Rappresentare, qualitativamente, il grafico della funzione trovata.

2. Determinare  $a$  in modo che

$$\int_a^{a+1} (3x^2 + 3)dx$$

sia uguale a 10.

3. Un atomo di idrogeno si trova in uno stato eccitato dopo aver assorbito un fotone ultravioletto di lunghezza d'onda  $\lambda = 94,9 \text{ nm}$ .

Questo atomo può riportarsi allo stato fondamentale seguendo diverse transizioni a ognuna delle quali corrisponde la emissione di luce di una particolare lunghezza d'onda.

Quante sono le transizioni possibili che provocano emissione di fotoni con lunghezza d'onda diversa da quella del fotone assorbito?

Quali tra queste transizioni provocano emissione nel visibile?

(costante di Rydberg:  $R=1,0974 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ )

4. Nel 2200 il più moderno razzo vettore interplanetario costruito dall'uomo può raggiungere il 85,0 % della velocità della luce nel vuoto. Farai parte dell'equipaggio della missione che deve raggiungere un pianeta che orbita intorno alla stella Vega, che dista 27 anni-luce, effettuare ricerche lì per 2,00 anni e poi rientrare sulla Terra. Devi contribuire alla programmazione di tutti i dettagli della missione, come ad esempio le scorte di cibo e acqua; prendendo come istante di riferimento  $t=0$  il momento della partenza dalla Terra, considerando che viaggerai sempre alla massima velocità possibile e trascurando tutti gli effetti dovuti alla accelerazione del moto nella fase di partenza e di arrivo, fatte tutte le ipotesi aggiuntive che ritieni necessarie, devi valutare:

- quanto tempo durerà la missione per un osservatore sulla terra;
- quanto tempo durerà il viaggio di andata e quello di ritorno secondo i componenti dell'equipaggio;
- quanto tempo durerà complessivamente la missione secondo i componenti dell'equipaggio.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

***Il candidato risolva il seguente problema.***

Si consideri la funzione  $q(t)$  così definita:

$$q(t) = (t + a)^2 \cdot e^{bt}$$

Determinare i possibili valori di  $a$  e  $b$ , per cui la funzione ha un massimo nel punto  $B(0, 4)$ .

Studiare la funzione con  $a = 2$  e  $b = -1$ .

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di flesso  $F$  con ascissa positiva.

Supponendo che la funzione  $q(t)$  rappresenti, per  $t \geq 0$ , la carica elettrica (misurata in C) che attraversa all'istante di tempo  $t$  (misurato in s) la sezione di un certo conduttore, determinare l'intensità di corrente  $i(t)$  che fluisce nel conduttore all'istante  $t$ ; determinare il valore massimo ed il valore minimo di tale corrente e il valore medio nei primi due secondi.

Indicando, per  $t_0 \geq 0$ , con  $Q(t_0)$  la carica totale che attraversa la sezione del conduttore in un dato intervallo di tempo  $[0, t_0]$ , determinare se esiste un istante in cui la corrente è uguale alla variazione media della carica nell'intervallo di tempo considerato.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

***Il candidato risolva il seguente problema.***

Si consideri la funzione  $q(t)$  così definita:

$$q(t) = at^2 \cdot e^{bt}$$

A seconda dei possibili valori di  $a$  e  $b$ , discutere se nel grafico della funzione  $q$  è presente un punto di massimo o di minimo. Determinare i valori di  $a$  e  $b$  in corrispondenza dei quali il grafico della funzione  $q(t)$ , in un piano cartesiano di coordinate  $(t, y)$ , ha un massimo nel punto  $M\left(2, \frac{8}{e^2}\right)$ .

1. Assumendo, d'ora in avanti, di avere  $a = 2$  e  $b = -1$ , studiare la corrispondente funzione  
$$q(t) = 2t^2 \cdot e^{-t}$$

Determinare l'area della regione compresa tra la curva e l'asse  $x$  nel primo quadrante.

2. Supponendo che la funzione  $q(t)$  rappresenti, per  $t \geq 0$ , la carica elettrica (misurata in C) che attraversa all'istante di tempo  $t$  (misurato in s) la sezione di un certo conduttore, determinare le dimensioni fisiche delle costanti  $a$  e  $b$  sopra indicate. Sempre assumendo  $a = 2$  e  $b = -1$ , determinare l'intensità di corrente  $i(t)$  che fluisce nel conduttore nel generico istante  $t$ ; determinare il valore massimo ed il valore minimo di tale corrente.
3. Considerato l'intervallo di tempo  $[0,4]$  stabilire se esiste un istante in cui il valore medio della corrente è uguale al valore istantaneo.

**SOFFRITTI MATTEO**

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE  
Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risolva il seguente problema.*

Al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , si consideri la famiglia di funzioni:

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + xe^{a-x}) & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{a}{4(x-1)^4} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

Discutere segno e continuità della funzione  $f_a$  al variare del parametro  $a$ . Dimostrare che, qualunque sia  $a \in \mathbb{R}$ , la funzione  $f_a$  ammette un punto di massimo assoluto di ascissa 1.

Indicata con  $f$  la funzione ottenuta per  $a = 2$ , stabilire se  $f$  è derivabile in  $x = 0$ . Studiare l'andamento della funzione  $f$  specificandone gli asintoti e i punti di flesso.

Con un acceleratore di particelle si prepara un fascio di protoni aventi energia cinetica pari a 42 MeV. Per indirizzare tale fascio verso un bersaglio desiderato, si utilizza un campo magnetico uniforme, ortogonale alla traiettoria dei protoni, di intensità 0,24 T. Trascurando gli effetti relativistici, descrivere il moto di ciascun protone all'interno del campo e calcolare il raggio di curvatura della traiettoria.

Il fascio di protoni, all'uscita della zona in cui è presente  $\vec{B}$ , viene fatto penetrare in acqua. Si indichi con  $\mathcal{E}(x)$  l'energia del protone, espressa in megaelettronvolt (MeV), dopo  $x$  centimetri (cm) di cammino in acqua e sia  $d\mathcal{E}$  l'energia ceduta all'acqua dal protone nel tratto  $dx$ . Supponendo che la funzione:

$$y = -\frac{d\mathcal{E}}{dx}$$

possa essere approssimata con la funzione  $y = f(x)$  per  $x \geq 0$ , calcolare l'energia  $\mathcal{E}$  assorbita dall'acqua nei primi 3 centimetri di cammino del protone.



**TASSI LEO**

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE  
Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risolva il seguente problema.*

Determinare il valore dei parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$  in modo tale che in  $x = 0$  la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + b & \text{per } x < 0 \\ \frac{c}{x+1} & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$

sia continua ed abbia un punto angoloso con tangente destra la retta  $y = -3x + 3$  e tangente sinistra la retta  $y = 4x + 3$ .

Indicata con  $f$  la funzione ottenuta per  $a = 4$ ,  $b = -1$ ,  $c = 3$ , rappresentarla graficamente e determinare il volume del solido ottenuto dalla rotazione della regione di piano compresa tra il grafico di  $f$ , l'asse  $x$  e le rette  $x = 1$  e  $x = 4$

Con un acceleratore di particelle si prepara un fascio di protoni aventi energia cinetica pari a 42 MeV. Per indirizzare tale fascio verso un bersaglio desiderato, si utilizza un campo magnetico uniforme, ortogonale alla traiettoria dei protoni, di intensità 0,24 T. Trascurando gli effetti relativistici, descrivere il moto di ciascun protone all'interno del campo e calcolare il raggio di curvatura della traiettoria.

Il fascio di protoni, all'uscita della zona in cui è presente  $\vec{B}$ , viene fatto penetrare in acqua. Si indichi con  $\mathcal{E}(x)$  l'energia del protone, espressa in megaelettronvolt (MeV), dopo  $x$  centimetri (cm) di cammino in acqua e sia  $d\mathcal{E}$  l'energia ceduta all'acqua dal protone nel tratto  $dx$ . Supponendo che la funzione:

$$y = -\frac{d\mathcal{E}}{dx}$$

possa essere approssimata con la funzione  $y = \ln f(x)$  per  $x \geq 0$ , calcolare l'energia  $\mathcal{E}$  assorbita dall'acqua nei primi 3 centimetri di cammino del protone.

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

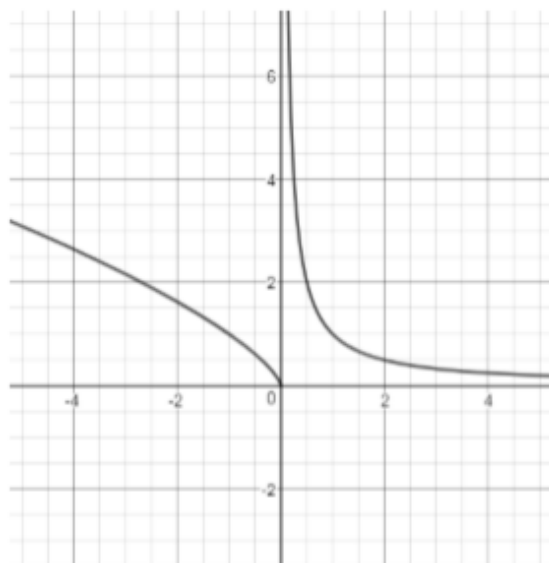
LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020***Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Considerata la funzione  $f(x) = \frac{3x - e^{\sin x}}{5 + e^{-x} - \cos x}$ , determinare, se esistono, i valori di:
- $$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

Giustificando adeguatamente le risposte.

2. In figura è riportato il grafico della funzione  $f'(x)$ , derivata della funzione  $f(x)$ . Il grafico presenta un asintoto verticale per  $x = 0$ . Supponendo che la funzione  $f$  sia definita in  $\mathbb{R}$ , descrivi la derivabilità della funzione nel punto di ascissa nulla e fornisci un grafico probabile della funzione in un intorno di zero.



3. In laboratorio si sta osservando il moto di una particella che si muove nel verso positivo dell'asse  $x$  di un sistema di riferimento a esso solidale. All'istante iniziale, la particella si trova nell'origine e in un intervallo di tempo di 2,0 ns percorre una distanza di 25 cm. Una navicella passa con velocità  $v = 0,80 c$  lungo la direzione  $x$  del laboratorio, nel verso positivo, e da essa si osserva il moto della stessa particella. Determinare le velocità medie della particella nei due sistemi di riferimento. Quale intervallo di tempo e quale distanza misurerebbe un osservatore posto sulla navicella?
4. Un protone penetra in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme di modulo  $B = 1,00$  mT. Esso inizia a muoversi descrivendo una traiettoria a elica cilindrica, con passo costante  $\Delta x = 38,1$  cm, ottenuta dalla composizione di un moto circolare uniforme di raggio  $r = 10,5$  cm e di un moto rettilineo uniforme. Determinare il modulo del vettore velocità e l'angolo che esso forma con  $B$ .

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Determinare l'area della superficie compresa tra il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$$

e le rette  $y = 2$ ,  $x = 5$  e l'asse  $y$ .

2. Considerando la funzione:

$$f(x) = \frac{ax + 1}{x}$$

Definita in  $\mathbb{R}$  e a valori in  $\mathbb{R}$ , mostrare che le tangenti al suo grafico nei punti di ascissa  $-1$  e  $1$  sono parallele alla bisettrice del secondo e quarto quadrante, indipendentemente dal valore del parametro  $a$ . Individuare inoltre il valore minimo del parametro  $a$  per cui la tangente al grafico nel punto di ascissa  $1$  forma con gli assi cartesiani un triangolo di area maggiore di  $3$ .

3. Un protone penetra in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme di modulo  $B = 1,00$  mT. Esso inizia a muoversi descrivendo una traiettoria a elica cilindrica, con passo costante  $\Delta x = 38,1$  cm, ottenuta dalla composizione di un moto circolare uniforme di raggio  $r = 10,5$  cm e di un moto rettilineo uniforme. Determinare il modulo del vettore velocità e l'angolo che esso forma con  $B$ .

4. Un punto materiale si muove su una certa traiettoria nel verso positivo con velocità

$$v(t) = 3t^2 + 4t$$

Determinare

- Se il moto è rettilineo e uniforme
- Determinare l'equazione dello spazio  $x(t)$
- Calcolare la velocità e l'accelerazione dopo 3 secondi
- Calcolare la velocità media nell'intervallo  $[0,5]$  secondi

**XU JUN JIE**

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risolva il seguente problema.*

Al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , si consideri la famiglia di funzioni:

$$f_a(x) = \begin{cases} (a+x)e^{ax} & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{1-a}{(x-1)^2} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

- Discutere la continuità della funzione  $f_a$  al variare del parametro  $a$ .
- Indicata con  $f$  la funzione ottenuta per  $a = 1/2$ , stabilire se  $f$  è derivabile in  $x = 0$ . Studiare l'andamento della funzione  $f$  specificandone gli asintoti e i punti di flesso.
- Con un acceleratore di particelle si prepara un fascio di protoni aventi energia cinetica pari a 42 MeV. Per indirizzare tale fascio verso un bersaglio desiderato, si utilizza un campo magnetico uniforme, ortogonale alla traiettoria dei protoni, di intensità 0,24 T. Trascurando gli effetti relativistici, descrivere il moto di ciascun protone all'interno del campo e calcolare il raggio di curvatura della traiettoria.
- Il fascio di protoni, all'uscita della zona in cui è presente  $\vec{B}$ , viene fatto penetrare in acqua. Si indichi con  $\mathcal{E}(x)$  l'energia del protone, espressa in megaelettronvolt (MeV), dopo  $x$  centimetri (cm) di cammino in acqua e sia  $d\mathcal{E}$  l'energia ceduta all'acqua dal protone nel tratto  $dx$ . Supponendo che la funzione:

$$y = -\frac{d\mathcal{E}}{dx}$$

possa essere approssimata con la funzione  $y = f(x)$  per  $x \geq 0$ , calcolare l'energia  $\mathcal{E}$  assorbita dall'acqua in funzione di  $x$ .

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  così definita:

$$f(x) = \int_1^x \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)}{t} dt$$

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel suo punto di ascissa 1.

2. Individua il valore di  $k$  per cui la tangente nell'origine al grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{x}{x - k}$$

Forma un angolo di  $\frac{\pi}{6}$  con l'asse delle ascisse.

3. Un punto materiale si muove di moto rettilineo, secondo la legge oraria espressa, per  $t \geq 0$ , da

$$x(t) = \frac{1}{9}t^2\left(\frac{1}{3}t + 2\right)$$

dove  $x(t)$  indica (in m) la posizione occupata dal punto all'istante  $t$  (in s). Si tratta di un moto uniformemente accelerato? Calcolare la velocità media nei primi 9 secondi di moto e determinare l'istante in cui il punto si muove a questa velocità.

4. In laboratorio si sta osservando il moto di una particella che si muove nel verso positivo dell'asse  $x$  di un sistema di riferimento a esso solidale. All'istante iniziale, la particella si trova nell'origine e in un intervallo di tempo di 2,0 ns percorre una distanza di 25 cm. Una navicella passa con velocità  $v = 0,80 c$  lungo la direzione  $x$  del laboratorio, nel verso positivo, e da essa si osserva il moto della stessa particella. Determinare le velocità medie della particella nei due sistemi di riferimento. Quale intervallo di tempo e quale distanza misurerebbe un osservatore posto sulla navicella?

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: **MATEMATICA e FISICA** – Anno scolastico **2019/2020**

*Il candidato risponda ai seguenti quesiti.*

1. Sia  $f$  una funzione pari e derivabile in  $\mathbb{R}$ , sia  $g$  una funzione dispari e derivabile in  $\mathbb{R}$ . Dimostrare che la funzione  $f'$  è dispari e che la funzione  $g'$  è pari. Fornire un esempio per la funzione  $f$  ed un esempio per la funzione  $g$ , verificando quanto sopra.
2. Dimostrare che il volume di un cilindro inscritto in un cono è minore della metà del volume del cono.
3. Consideriamo un'astronave in moto che viaggia rispetto alla terra a velocità  $v = 0,80 c$ . Supponiamo che a bordo dell'astronave sia presente una scatola di dimensioni  $a = 40$  cm,  $b = 50$  cm e  $h = 20$  cm, con il lato  $b$  disposto parallelamente alla direzione del moto dell'astronave. Per un osservatore posto sulla terra, che volume avrà la scatola? Se l'astronauta lancia la scatola con una velocità  $v_s = 0,50 c$  nella direzione del moto dell'astronave, quale velocità misura l'osservatore sulla terra?
4. Un punto materiale si muove di moto rettilineo, secondo la legge oraria espressa, per  $t \geq 0$ , da

$$x(t) = \frac{1}{9} t^2 \left( \frac{1}{3} t + 2 \right)$$

dove  $x(t)$  indica (in m) la posizione occupata dal punto all'istante  $t$  (in s). Si tratta di un moto uniformemente accelerato? Calcolare la velocità media nei primi 9 secondi di moto e determinare l'istante in cui il punto si muove a questa velocità.