

Docente: **Marzia Maccaferri** A.S. **2023/ 2024**Materia: **Matematica** Classe **V** Sezione **S**Libro di testo: **L. Sasso, Colori della Matematica – edizione blu, vol. 5α****Programma finale****I quadrimestre****Modulo 1: Limiti e continuità delle funzioni****Conoscenze**

- Definizioni di limite.
- Asintoti: definizione e condizioni necessarie/sufficienti per la determinazione di un asintoto.
- Teoremi fondamentali sui limiti (solo enunciato).
- Operazioni sui limiti.
- Definizione di continuità in un punto.
- Continuità delle funzioni elementari.
- Punti di discontinuità: classificazione.
- I due limiti fondamentali (dimostrazione solo di  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ) e derivati.
- Infinitesimi e relative proprietà.
- Confronto di infinitesimi e di infiniti.
- Forme indeterminate e loro eliminazione.

**Competenze e capacità**

- Riconoscere la simbologia dei limiti e la corrispondente interpretazione grafica
- Comprendere il concetto di limite nella sua formulazione rigorosa.
- Verificare il limite di una funzione applicando le definizioni.
- Stabilire se una funzione è continua o discontinua in un punto.
- Individuare e classificare i punti di discontinuità di una funzione.
- Applicare le proprietà dei limiti.
- Calcolare il limite di una funzione continua.
- Riconoscere e risolvere le forme di indecisione.
- Applicare i limiti fondamentali.
- Applicare le proprietà degli infinitesimi.
- Confrontare infinitesimi e infiniti.
- Trovare gli asintoti verticali, orizzontali, obliqui di una funzione.
- Studiare funzioni razionali e irrazionali e tracciarne il grafico probabile.

**Modulo 2: Derivate****Conoscenze**

- Origine del calcolo differenziale.
- Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica.
- Derivate delle funzioni elementari (con dimostrazioni).
- Regole di derivazione per somme, prodotti e quozienti.
- Derivazione della funzione composta.
- Derivazione della funzione inversa, in particolare delle inverse delle funzioni circolari.
- Applicazioni delle derivate: equazione della retta tangente e della normale a una curva.
- Relazione tra continuità e derivabilità (con dimostrazione).
- Classificazione dei punti di non derivabilità.
- Criterio di derivabilità.
- Applicazioni della derivata in Fisica.
- Derivate di ordine superiore.

**Competenze e capacità**

- Comprendere ed applicare il concetto di derivata di una funzione

- Calcolare la derivata di una funzione applicando la definizione
- Calcolare la derivata di una funzione applicando le regole di derivazione
- Calcolare derivate di ordine superiore
- Calcolare l'equazione della tangente e della normale a una curva in un suo punto
- Riconoscere e classificare i punti di non derivabilità
- Applicare il criterio di derivabilità
- Applicare il concetto di derivata per determinare grandezze fisiche.

## II quadrimestre

### **Modulo 3: Teoremi fondamentali del calcolo differenziale**

#### **Conoscenze**

- Teorema di Fermat
- Teoremi di Rolle e di Lagrange (interpretazione grafica) e principali conseguenze
- Funzioni crescenti e decrescenti
- Teorema di De L'Hôpital (solo enunciato)
- Differenziale di una funzione e relativo significato geometrico

#### **Competenze e capacità**

- Applicare i teoremi di De L'Hospital, il teorema di Rolle e il teorema di Lagrange
- Applicare le conseguenze di tali teoremi
- Determinare gli intervalli di monotonia di una funzione
- Riconoscere funzioni invertibili utilizzando la monotonia
- Applicare il concetto di differenziale.

### **Modulo 4: Studio del grafico di una funzione**

*(modulo trasversale, inizia in dicembre e si conclude nel secondo quadrimestre)*

#### **Conoscenze**

- Massimi e minimi relativi e assoluti: definizione
- Massimi e minimi delle funzioni derivabili e loro determinazione: condizioni necessarie (teorema di Fermat) e sufficienti (senza dimostrazione)
- Concavità e punti di flesso: definizione e relativa determinazione in base allo studio del segno della derivata seconda
- Studio e grafico di funzioni di vario tipo
- Problemi di massimo e minimo.

#### **Competenze e capacità**

- Determinare il dominio di una funzione
- Evidenziare particolari simmetrie di una funzione
- Individuare i punti d'intersezione di una funzione con gli assi cartesiani, anche con metodi approssimati
- Studiare il segno di una funzione
- Calcolare limiti agli estremi del campo di esistenza
- Trovare gli asintoti di una funzione
- Trovare i punti di massimo e minimo di una funzione, anche in senso assoluto
- Studiare e classificare i punti di non derivabilità
- Determinare la concavità e i punti di flesso di una funzione.

### **Modulo 5: Integrale indefinito**

#### **Conoscenze**

- Primitiva di una funzione e relative proprietà
- Integrale indefinito e sue proprietà
- Integrali immediati e integrali ottenuti per generalizzazione da quelli immediati
- Integrazione per scomposizione
- Integrazione per sostituzione
- Integrazione per parti
- Integrazione delle funzioni razionali fratte.

#### **Competenze e capacità**

- Calcolare le primitive delle funzioni elementari

- Applicare le proprietà degli integrali indefiniti
- Applicare la regola della funzione composta
- Calcolare un integrale indefinito per scomposizione
- Calcolare un integrale indefinito per sostituzione
- Calcolare un integrale indefinito per parti
- Calcolare l'integrale indefinito di una funzione razionale fratta

## **Modulo 6: Integrale definito**

### **Conoscenze**

- Area del trapezoide
- Integrale definito: definizione e relative proprietà
- Il teorema della media (interpretazione geometrica e dimostrazione)
- Funzione integrale.
- I teoremi fondamentali del calcolo integrale: teorema di Torricelli e relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito (con dimostrazione)
- Calcolo di integrali definiti
- Integrali generalizzati.

### **Competenze e capacità**

- Applicare il teorema fondamentale del calcolo integrale
- Calcolare la misura dell'area di una superficie piana
- Calcolare la misura del volume di un solido di rotazione
- Calcolare la misura del volume di un solido con il metodo delle sezioni piane e con il metodo dei gusci
- Calcolare integrali generalizzati: integrali definiti su intervalli illimitati; integrali definiti anche in presenza di un numero finito di punti di discontinuità

La parte di programma relativa alla **probabilità** è stata svolta in quarta e ripresa nel corrente anno scolastico solo per alcuni esercizi.

Lo studio della **geometria analitica dello spazio** è stato affrontato in modo essenzialmente operativo e finalizzato alla risoluzione dei quesiti d'esame.

Il **Calcolo numerico** è stato svolto in terza/quarta (calcolo degli zeri di una funzione con il metodo di bisezione) e accennato in quinta (metodo delle tangenti di Newton e integrazione numerica con il metodo dei rettangoli).

### **Obiettivi minimi per il raggiungimento della soglia di sufficienza**

- Calcolare limiti, risolvendo semplici forme indeterminate.
- Determinare gli asintoti di una funzione
- Saper applicare la definizione per calcolare la derivata di una funzione in un punto.
- Conoscere ed applicare il significato geometrico della derivata in un punto per il calcolo delle tangenti o di grandezze fisiche predefinite.
- Calcolare semplici derivate utilizzando le regole di derivazione.
- Riconoscere l'applicabilità dei teoremi di Rolle e Lagrange
- Studiare il grafico di semplici funzioni.
- Conoscere la definizione di primitiva e di integrale indefinito.
- Conoscere la definizione di integrale definito ed il suo significato geometrico.
- Calcolare semplici integrali indefiniti e definiti utilizzando i metodi di integrazione.

### **Metodi didattici utilizzati**

L'insegnamento è stato condotto per problemi, per stimolare l'attenzione degli studenti ed utilizzare le loro capacità intuitive per giungere ad individuare un procedimento risolutivo di tipo generale matematico. In ognuno dei temi trattati si è fatto ricorso a numerosi esercizi di tipo applicativo, sia per consolidare le nozioni apprese dagli allievi, sia per far acquisire loro una più sicura padronanza nel calcolo. Si è utilizzata prevalentemente la lezione frontale, dimostrando alcuni teoremi fondamentali e limitandosi per altri all'enunciato e all'interpretazione geometrica.

### **Attività di recupero svolte**

Nel corso dell'anno l'attività di recupero è stata soprattutto curricolare (8 ore): sono state considerate come recupero le consegne/correzioni delle verifiche, in cui erano evidenziati gli errori commessi ed eventuali strategie per migliorare la preparazione. Ampio spazio è stato dedicato anche alla correzione degli esercizi assegnati per casa.

### **Risorse e strumenti utilizzati**

Spesso è stato consigliato l'uso di pacchetti applicativi come Desmos o Geogebra per la visualizzazione grafica delle proprietà studiate. Come recupero/approfondimento sono state inoltre utilizzate alcune unità didattiche predisposte appositamente, disponibili in Teams.

### **Criteri di valutazione**

Concorrono alla formulazione del giudizio quadrimestrale e finale sia le verifiche sull'andamento didattico sia le considerazioni sulle difficoltà incontrate. Perciò è importante non solo il risultato della singola disciplina, ma anche il progressivo sviluppo della personalità e delle competenze via via acquisite. Pertanto, nello scrutinio finale si terrà conto dei seguenti fattori:

- raggiungimento degli obiettivi minimi specifici della disciplina (sinteticamente espresso dalla media dei voti);
- acquisizione di un corretto metodo di studio;
- partecipazione attenta e costante all'attività didattica;
- progressione nell'apprendimento rispetto alla situazione di partenza;
- autonomia raggiunta nell'organizzazione del lavoro scolastico.

Tali fattori potranno influire, di norma, sulla media dei voti quadrimestrali e finali, aumentandola di un punto o diminuendola di mezzo punto (nella misura massima).

Per la valutazione delle prove sommative, scritte e orali, si è utilizzata la gamma di voti dal tre al dieci per rapportare il livello degli allievi agli obiettivi didattici, facendo riferimento alla griglia approvata dal Collego dei Docenti.

Il docente

Gli studenti